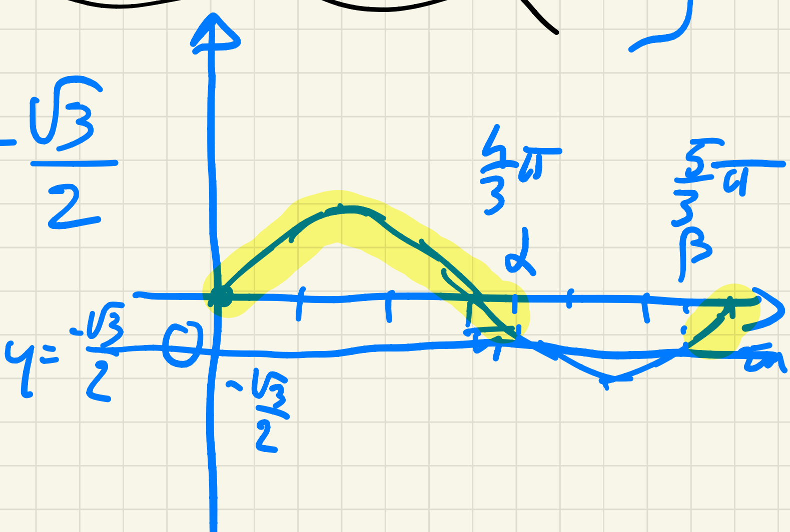
$$\left(\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\sin x - \frac{1}{2}\right) > 0$$

per $0 \leq x < 2\pi$

Insieme delle soluzioni

$$\underbrace{\left\{x : \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} > 0 \ \underline{e} \ \sin x - \frac{1}{2} > 0\right\}}_{A} \cup \underbrace{\left\{x : \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} < 0 \ \underline{e} \ \sin x - \frac{1}{2} < 0\right\}}_{B}$$

$$\sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

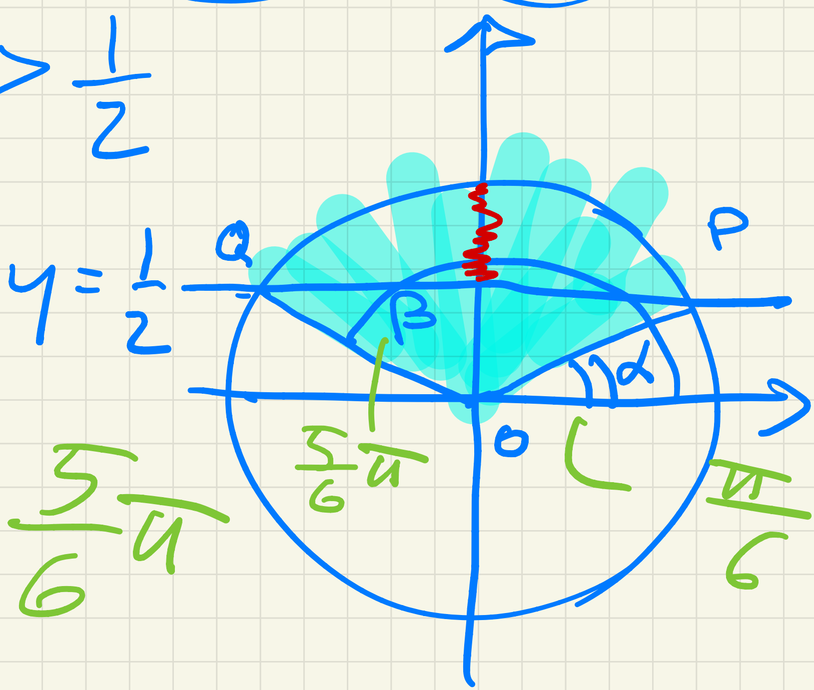


$\sin x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ pen

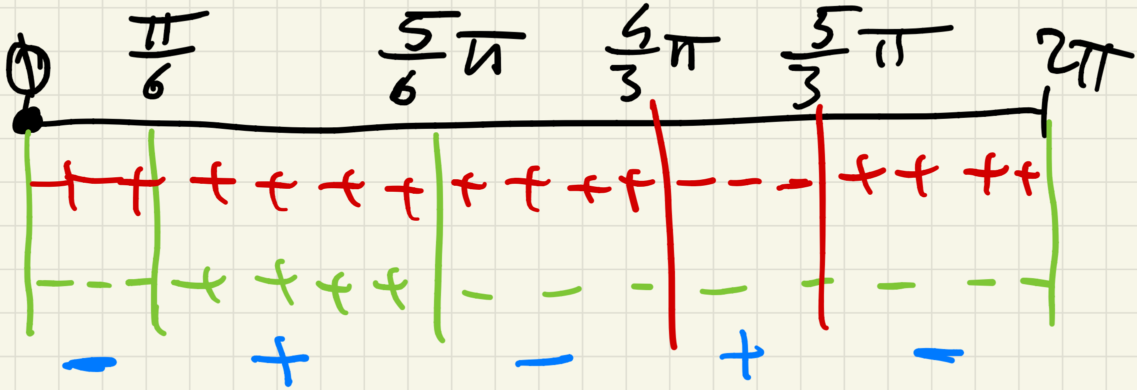
$0 \le x < \frac{4}{3}\pi$ or

$\frac{5}{3}\pi < x < 2\pi$

$\sin x > \frac{1}{2}$



$\frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi$



l'insieme delle soluz.

è : $\left]\frac{\pi}{6}; \frac{5}{6}\pi\right[\cup \left]\frac{4}{3}\pi; \frac{5}{3}\pi\right[$

Disequazioni esponenziali e logaritmiche

a^x con $a > 0$

$a^{x+y} = a^x \cdot a^y$

$(a^x)^y = a^{xy}$

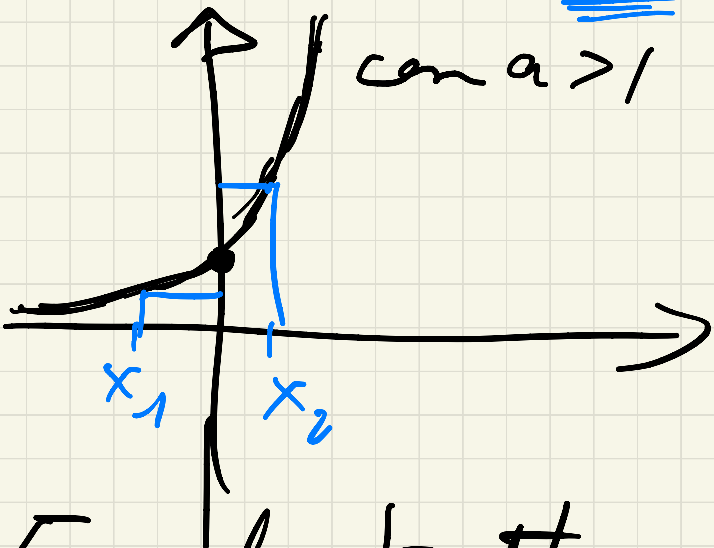
$a^0 = 1$

a^x è strettamente crescente se $a > 1$

strettamente decrescente se $a < 1$

$$a^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$a^x : \mathbb{R} \to \underline{\underline{\mathbb{R}^+}}$$



Essendo strettamente crescente, da $x_1 < x_2$ si ha $a^{x_1} < a^{x_2}$

"mantiene l'ordinamento"

$$10^x = 100 \Rightarrow x = 2$$

$$10^x = 10^2$$

$\uparrow$ $\uparrow$ confrontare due esponenziali con la <u>stessa</u> base

$$7^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

$$3^{2x} - 3^x - 5 = 0$$

gli esponenti sono uno il d o p p i o dell'altro

$3^{2x} - 3^x - 5 = 0$

trinomio, in cui un termine è di II grado e un termine è di I grado.

$3^x = t \qquad t^2 - t - 5 = 0$

$\Delta = 1 + 20 = 21 > 0 \Rightarrow$

$\exists\, t_1, t_2$ distinti e reali:

$t = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{2} \left< \begin{array}{l} \frac{1-\sqrt{21}}{2} \\ \frac{1+\sqrt{21}}{2} \end{array} \right.$

$3^x = \frac{1-\sqrt{21}}{2} \qquad \nexists\, x \in \mathbb{R}$; l'equaz. è imp.

$3^x = \frac{1+\sqrt{21}}{2} \rightarrow$ numero che non ha base 3

<u>Ogni</u> funzione exp $(a>0)$ ha la funzione inversa che è esattamente il logaritmo con la <u>stessa</u> base.

$$\log_3 3^x = \log_3 \frac{1+\sqrt{21}}{2}$$

$$x \cdot \log_3 3$$

$$x \cdot 1$$

$$x = \log_3 \frac{1+\sqrt{21}}{2}$$

$\boxed{a \geq 0}$

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

$$5 \xrightarrow[x^2]{\text{elevo al quad.}} 5^2 = 25 \xrightarrow[\sqrt{x}]{\text{radice quad.}} \sqrt{25} = 5$$

(radicali aritmetici)

$$5 \xrightarrow[\text{quad.}]{\text{radice}} \sqrt{5} \xrightarrow[\text{al quad.}]{\text{elevo}} (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$(\sqrt{5})^2 = \left(\sqrt{5^2}\right) = \sqrt{25} = 5$$

proprietà del logaritmo

Se $x > 0$; $a > 0$

- $$\boxed{a^{\log_a x} = x}$$
- $$\boxed{\log_a (a^x) = x}$$

$$x \xrightarrow{\log_a} \log_a x \xrightarrow{a^{(x)}} a^{\log_a x} = x$$

$$x \xrightarrow{\exp} a^x \xrightarrow{\log_a} \log_a (a^x) = x$$

- $$\boxed{\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y}$$

$$\log_a(x^y) = y \log_a x$$

x^y significa

$$\underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{y \text{ volte}}$$

mi trovo y addendi, tutti uguali a $\log_a x$

quindi come li scrivo?

$$y \cdot \log_a x$$

$$\log_a x = \log_a y \cdot \log_y x$$

$$\boxed{\log_y x = \frac{\log_a x}{\log_a y}}$$

noto il $\log_a x$

ricavo il log di x in un'altra base (y)

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a\left(x \cdot y^{-1}\right) =$$

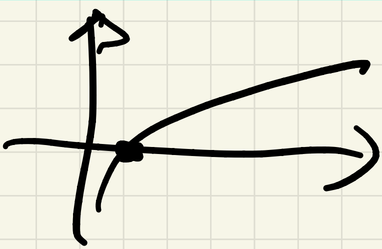
$$= \log_a x + \log_a y^{-1} =$$

$$= \log_a x - \log_a y$$

ORDINARE

$\log_{\sqrt{2}} 4$; $\log_5 \frac{1}{10}$; $\log_2 7$

con base $a > 1$, il log è strettamente crescente



G passa per $(1;0)$

$\log_{\sqrt{2}} 4$ chi è? 4

$\log_{\sqrt{2}} 4 = x$

x è l'esponente da dare alla base $\sqrt{2}$ per ottenere il valore 4

$$(\sqrt{2})^x = 4$$

una equaz. exp.

$$2^{\frac{1}{2} \cdot x} = 2^{2}$$

$$\frac{1}{2} x = 2 \qquad x = 4$$

$$\log_5 \frac{1}{10} = \log_5 1 - \log_5 10 =$$

$$= 0 - \log_5 2 \cdot 5 =$$

$$= -\left(\log_2 5 + \log_5 5\right) =$$

$$= -\log_2 5 - 1$$

certamente è un numero

$$< -1$$

$\log_2 7$ chi è?

$\log_2 7 = x$

$2^x = 7$ sta fra quali potenze

$2^2 < 2^x < 2^3$

$\Downarrow$

$2 < x < 3$

ORDINE Crescente

$\log_5 \frac{1}{10}$; $\log_2 7$; $\log_{\sqrt{2}} 4$

$$e^{3x^2-5x+2} > \cancel{1}\, e^0$$

$$\Downarrow$$

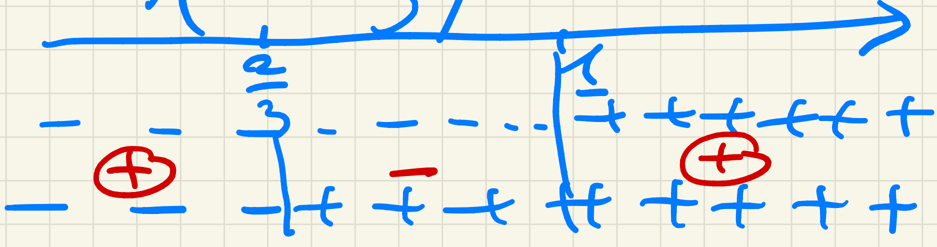
$$3x^2-5x+2>0$$

$$\Delta = 25-24 = 1 > 0$$

$$x = \frac{5\pm 1}{6} \begin{cases} \frac{2}{3} = x_1 \\ 1 = x_2 \end{cases}$$

$$\to x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} > 0$$

$$\left(x-1\right)\left(x-\frac{2}{3}\right) > 0$$



Soluzioni:

$$\left]-\infty; \frac{2}{3}\right[\cup \left]1; +\infty\right[$$

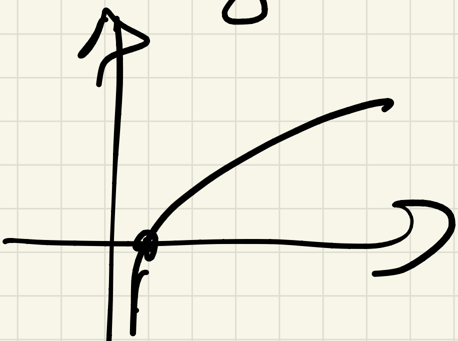
$$2^{3x} > 4$$

$$2^{3x} > 2^2$$

$$3x > 2$$

$$x > \frac{2}{3}$$

$$\log(3x^2-5x+2) < \log(x-1)$$



$$\Downarrow$$

$$3x^2-5x+2 < x-1$$

Dominio: $\mathbb{R}^+$

I mossa:

Va discusso il dominio di ciascun log presente nella equaz (o diseq.)

$$\begin{cases} 3x^2-5x+2>0 \\ x-1>0 \end{cases}$$