Esercizio 2.9

Se $a \leq b$ (α) e

se $c \leq d$ (β)

<u>allora</u> $a + c \leq b + d$

α' $a + c \leq b + c$

β' $c + b \leq d + b$

$\boxed{a + c} \underset{\alpha'}{\leq} b + c \underset{\beta'}{\leq} \boxed{b + d}$

per la proprietà <u>Transitiva</u> di $\leq$

Esercizio 2.10

Se $a \leq b$ (α)

e

$c \leq d$ (β)

$\overset{?}{\Longrightarrow} a \cdot c \leq bd$???

Controesempio

$\forall$ $\exists$

$2 \leq 5$

$-3 \leq -2$

Ma $\underset{-6}{2 \cdot (-3)} \not\leq \underset{-10}{(5) \cdot (-2)}$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2}} \; ; \; \frac{3}{\sqrt[3]{2}} \; ; \; \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[3]{4}} \; ; \; \frac{\sqrt[4]{3}}{4}$$

Confrontare gli argomenti delle radici, a parità di indice.

m.c.m. indici

[prop. $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$]

$$\frac{\sqrt[12]{3^6}}{\sqrt[12]{2^4}} ; \frac{\sqrt[12]{3^{12}}}{\sqrt[12]{2^4}} ; \frac{\sqrt[12]{3^3}}{\sqrt[12]{4^4}} ; \frac{\sqrt[12]{3^3}}{\sqrt[12]{4^{12}}}$$

$$\sqrt[12]{\frac{3^6}{2^4}} ; \sqrt[12]{\frac{3^{12}}{2^4}} ; \sqrt[12]{\frac{3^3}{2^8}} ; \sqrt[12]{\frac{3^3}{2^{24}}}$$

$$4^4 = (2^2)^4 = 2^8$$

$$4^{12} = (2^2)^{12} = 2^{24}$$

$$\underbrace{3^4 \cdot 5^3 \cdot 11^{12}} \qquad n_1$$

$$\underbrace{7^6 \cdot 13^9} = (7^2 \cdot 13^3)^3 \qquad n_2$$

$$\underbrace{2^{10} \cdot 3^6 \cdot 17^4} = (2^5 \cdot 3^3 \cdot 17^2)^2 \qquad \cancel{n_3}$$

quadrati perfetti?

cubi perfetti?

n ... divisibili per 9?

$$3^2 \cdot (3^2 \cdot 5^3 \cdot 11^{12})$$

$$3^2 \cdot (2^{10} \cdot 3^4 \cdot 17^4)$$

$x^6 - 3x^3 + 2 = 0$ in $\mathbb{R}$

trinomio

se siamo in $\mathbb{C}$: $\exists$ sei soluzioni

se siamo in $\mathbb{R}$: $\exists$ al <u>massimo</u> 6 soluz.

x^6 è $(x^3)^2$ di x^3?

il <u>quadrato</u>

$x^3 = t \qquad t^2 - 3t + 2 = 0$

$t = 2$ o $t = 1$

$x^3 = 2$ o $x^3 = 1$

$x = \sqrt[3]{2}$ o $\boxed{x = 1}$

due soluzioni $\mathbb{R}$

$P(1) = 1 - 3 + 2 = 0$

Polinomio: $x^6 - 3x^3 + 2$

è divisibile

per $(x - 1)$

L'algoritmo euclideo per la divisione di polinomi

$$(x^6-3x^3+2):(x-1)$$

$$\begin{array}{ccccccc|l}
x^6 & 0 & 0 & -3x^3 & 0 & 0 & +2 & x-1 \\ \hline
x^6 & -x^5 & & & & & & x^5+x^4+x^3 \\ \cline{1-7}
0 & x^5 & 0 & -3x^3 & 0 & 0 & +2 & -2x^2 \\
 & x^5 & -x^4 & & & & & \\ \cline{1-7}
 & 0 & x^4 & -3x^3 & 0 & 0 & +2 & \\
 & & x^4 & -x^3 & & & & \\ \cline{1-7}
 & & 0 & -2x^3 & +0 & +0 & +2 & \\
 & & & -2x^3 & +2x^2 & & & \\ \cline{1-7}
 & & & 0 & -2x^2 & +0 & +2 &
\end{array}$$

$$-2x^2 + 0 + 2 \quad | \quad x - 1$$

$$-2x^2 + 2x \qquad\qquad -2x - 2$$

$$0 \quad -2x + 2$$

$$-2x + 2$$

$$0 + 0$$

Resto

$$Q(x) = x^5 + x^4 + x^3 - 2x^2 - 2x - 2$$

$15 : 4$

Eseguo la <u>divisione</u> con <u>resto</u>

$(a, b) \longrightarrow (q, r)$

con $b \neq 0$

$$\boxed{q = b \cdot q + r}$$

$r < b$

$$A(x) = B(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

675	32
− 64	21
35	
− 32	
3	

$\boxed{(675, 32) \to (21, 3)}$

tolgo il 4 da 7

differenza: è la somma con l'opposto

$675 = 32 \cdot 21 + 3$